

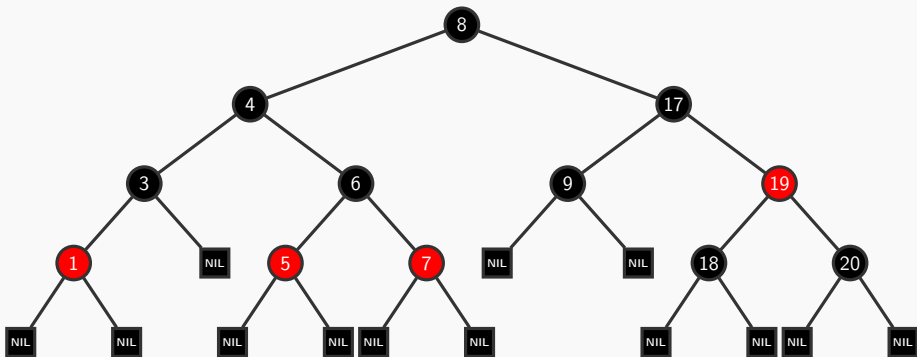
# Красно-чёрные деревья

Александр Рубцов

[alex@rubtsov.su](mailto:alex@rubtsov.su)

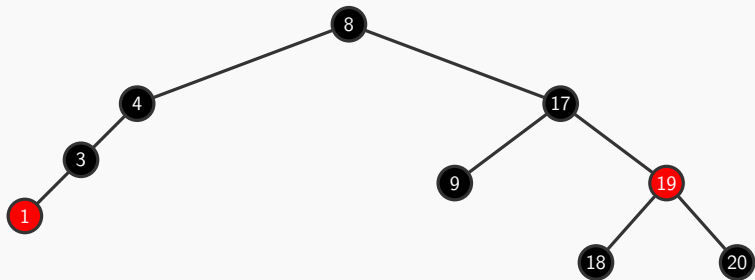
24 марта 2020 г.

# Красно-чёрное дерево

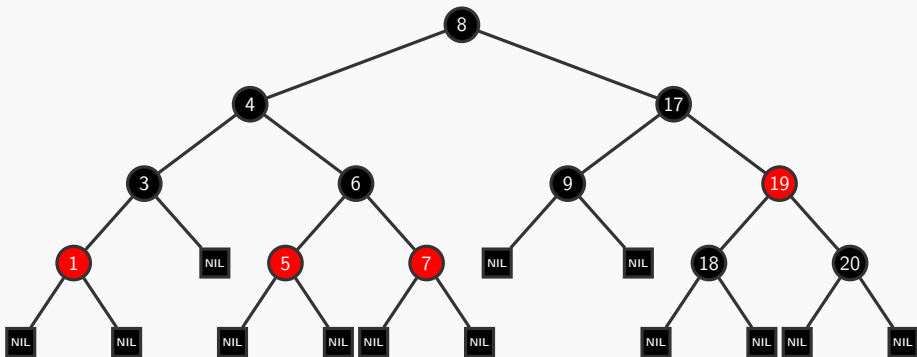


- ▶ Каждая вершина дерева либо красная, либо чёрная.
- ▶ Каждый терминальный лист – чёрный.
- ▶ Корень – чёрный.
- ▶ На пути из корня в каждый терминальный лист находится одинаковое количество чёрных вершин — *чёрная высота*  $h_b$ .
- ▶ Обе дочерних вершины красной вершины – чёрные.

# Не красно-чёрное дерево



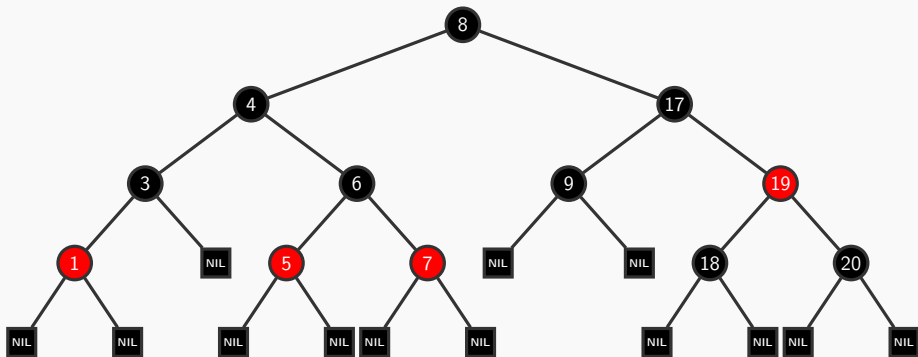
# Оценка глубины



## Утверждение

Высота красно-чёрного дерева  $\Theta(\log |V|)$ .

# Оценка глубины



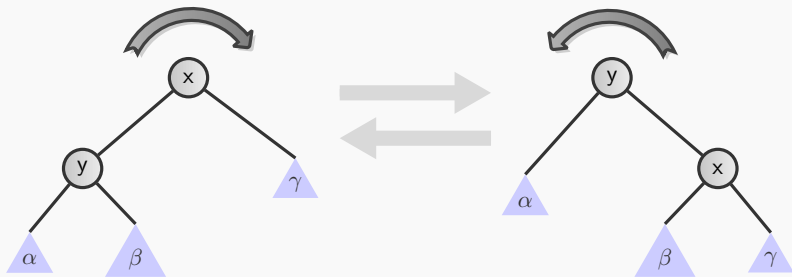
## Утверждение

Высота красно-чёрного дерева  $\Theta(\log |V|)$ .

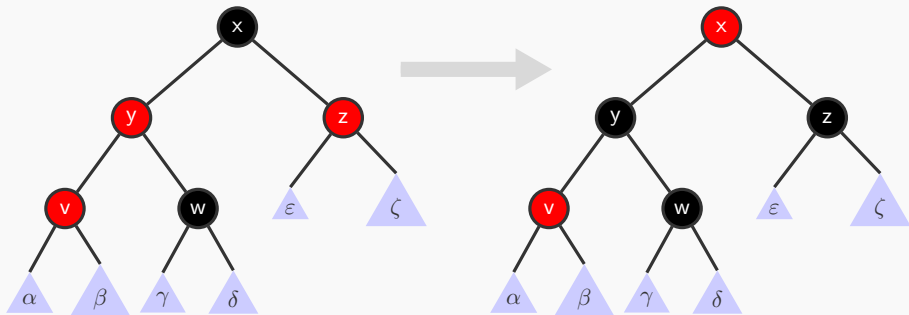
$$2^{h_b} \leq |V| \leq 2^{2h_b} \Leftrightarrow h_b \leq \log |V| \leq 2h_b \Leftrightarrow h_b = \Theta(\log |V|).$$

$$h_b \leq h \leq 2h_b \Rightarrow h = \Theta(h_b) = \Theta(\log |V|).$$

# Повороты



# 1 Случай

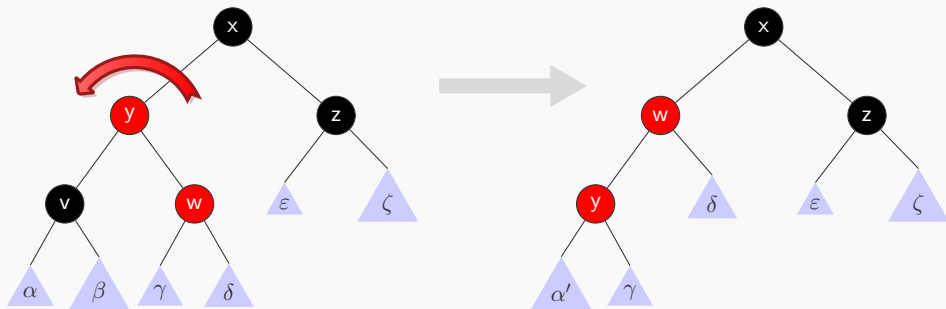


*Конфликт:* у красного узла есть красный ребёнок.

На каждом шаге

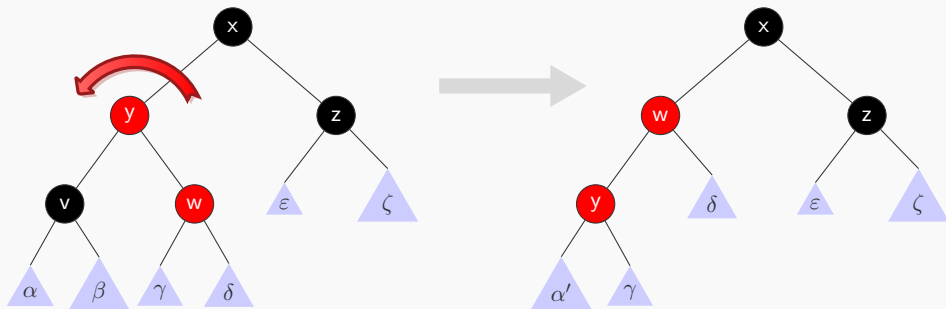
- ▶ в дереве не более одного конфликта
- ▶ конфликт перемещается вверх (или пропадает)
- ▶ инварианты к.-ч.-дерева сохраняются

## 2 Случай





## 2 Случай



► Сводим поворотом к третьему случаю.

## 3 Случай

