

Декабрьская контрольная по ТРЯП, решения и критерии

ФУПМ 2018

Разбалловка и общие положения

неуд	удовл	хорошо	отлично
$0 \leq \Sigma \leq 13$	$14 \leq \Sigma \leq 19$	$20 \leq \Sigma \leq 28$	$29 \leq \Sigma \leq 42$
1: 0-7, 2: 8-13	3: 14-16, 4: 17-19	5: 20-22, 6: 23-25, 7: 26-28	8: 29-32, 9: 33-36, 10: 37-42

В случае дробной суммы баллов, перед выставлением оценки происходит арифметическое округление.

Приведённые ниже критерии оценивания выработаны с учётом типовых ошибок и определяют общую политику проверки, однако заведомо не могут покрыть все возможные случаи. При некритериальном случае, проверяющий оценивает решение исходя из здравого смысла и духа критериев. В случае несогласия с оценкой за работу, студент имеет право подать апелляцию.

Апелляцию нужно подать в письменном виде во время показа работы до 22:00 17.12.

Замечания, возникшие после показа работ можно направить письмом всем преподавателям курса (адреса сообщаются при желании подать таковые).

Внимание! подача апелляции может привести к полному пересмотру работы апелляционной комиссией, в результате чего оценка может как повыситься, так и понизиться.

Напоминаем положения, указанные в преамбуле к контрольной.

1. Ответы, включая правильные, при отсутствии решений оцениваются в 0 (ноль) баллов.

2. Объекты, полученные «методом внимательного взглядывания», без доказательства корректности построения оцениваются в 0 (ноль) баллов.
3. При формулировке вопроса «верно ли, что», в случае положительного ответа приведите доказательство, а в случае отрицательного – контрпример. Верное рассуждение без контрпримера оценивается в половину задачи.

Блок основных задач

Задача 1 (4). Постройте КС-грамматику или МП автомат для языка над алфавитом $\{a, b, \#\}$

1 (i).

$$\{x_1\#x_2\#\dots\#x_n \mid x_i \in \{a, b\}^*, \exists i : x_i = x_{i+1}^R\}$$

1 (ii).

$$\{a^k\#w \mid k > 0, w \in \{a, b\}^*, \exists u, v \in \{a, b\}^* : w = ua^k v\}$$

1 (iii).

$$\{x_1\#x_2\#\dots\#x_n \mid x_i \in \{a, b\}^*, \exists i : x_i = x_{i+1}^R\}$$

1 (iv).

$$\{a^k\#w \mid k > 0, w \in \{a, b\}^*, \exists u, v \in \{a, b\}^* : w = ua^k v\}$$

Решение.

1 (i). Грамматика, порождающая данный язык:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC \\ B &\rightarrow aBa|bBb|\# \\ A &\rightarrow AA'\#\varepsilon \\ C &\rightarrow \#A'C|\varepsilon \\ A' &\rightarrow aA'|bA'|\varepsilon \end{aligned}$$

Нетерминал B порождает слово вида $x_i\#x_i^R$, нетерминал A' порождает произвольное слово x_k , нетерминалы A и C приписывают эти произвольные слова к $x_i\#x_i^R$ соответственно слева и справа.

1 (ii). Грамматика, порождающая данный язык:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aBaA \\ B &\rightarrow aBa|\#A \\ A &\rightarrow aA|bA|\varepsilon \end{aligned}$$

1 ⟨iii⟩. См. решение первого варианта

1 ⟨iv⟩. См. решение второго варианта

Оценивание. Критерии

- Построение искомого МП-автомата (или КС-грамматики) с минимальными аргументами обоснования, оцениваются в 2 балла. Несущественные ошибки, например, присутствие или отсутствие некоторых слов языка понижает оценку.
- Достаточно подробное обоснование корректности в обе стороны оценивается по одному баллу в каждую сторону.
- Замечание. Простое выписывание даже корректных КСГ или МП без обоснования оценивается в 0 баллов.

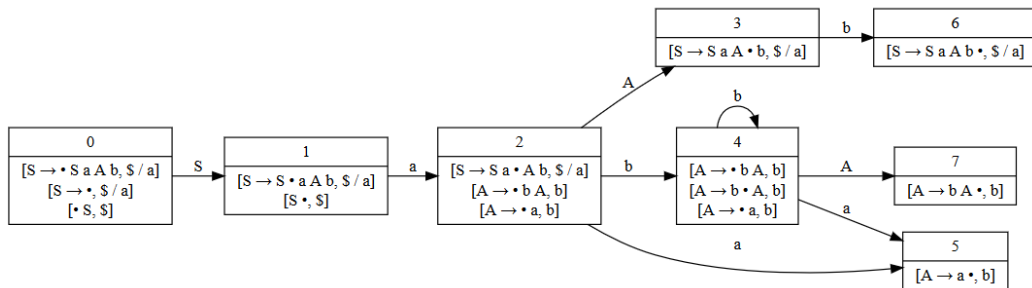


Рис. 1: Первый вариант. Множества LR(1)-ситуаций

Задача 2 (6). 2 (i). Является ли грамматика $G = \{\{A, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow SaAb \mid \varepsilon, A \rightarrow bA \mid a\}, S\}$ LL(1) грамматикой? Является ли грамматика G LR(k) грамматикой? Указать наименьшее значение k , построить соответствующий правый анализатор.

2 (ii). Является ли грамматика $G = \{\{A, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AaS \mid b, A \rightarrow Aa \mid b\}, S\}$ LL(1) грамматикой? Является ли грамматика G LR(k) грамматикой? Указать наименьшее значение k , построить соответствующий правый анализатор.

2 (iii). Является ли грамматика $G = \{\{A, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow ASb \mid \varepsilon, A \rightarrow Sa\}, S\}$ LL(1) грамматикой? Является ли грамматика G LR(k) грамматикой? Указать наименьшее значение k , построить соответствующий правый анализатор.

2 (iv). Является ли грамматика $G = \{\{A, S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow Sa \mid Ab, A \rightarrow Sa \mid a\}, S\}$ LL(1) грамматикой? Является ли грамматика G LR(k) грамматикой? Указать наименьшее значение k , построить соответствующий правый анализатор.

Решение. Во всех вариантах грамматика не LL(1) потому что содержит левую рекурсию и не LR(0) потому что содержит различные "action" в таблице LR(1) анализатора.

2 (i).

2 (ii).

State	a	b	$\$$	S	A
0	reduce($S \rightarrow \epsilon$)		reduce($S \rightarrow \epsilon$)	1	
1	shift(2)		accept		
2	shift(5)	shift(4)			3
3		shift(6)			
4	shift(5)	shift(4)			7
5		reduce($A \rightarrow a$)			
6	reduce($S \rightarrow S a A b$)		reduce($S \rightarrow S a A b$)		
7		reduce($A \rightarrow b A$)			

Рис. 2: Первый вариант. Таблица LR(1)-анализатора.

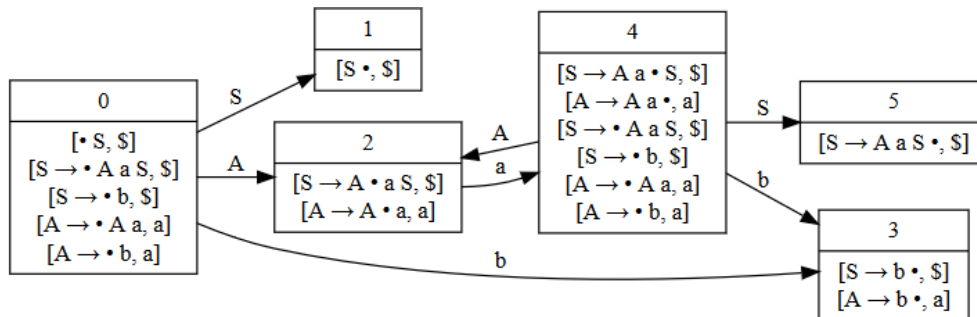


Рис. 3: Второй вариант. Множества LR(1)-ситуаций

State	a	b	$\$$	S	A
0		shift(3)		1	2
1			accept		
2	shift(4)				
3	reduce($A \rightarrow b$)		reduce($S \rightarrow b$)		
4	reduce($A \rightarrow A a$)	shift(3)		5	2
5			reduce($S \rightarrow A a S$)		

Рис. 4: Второй вариант. Таблица LR(1)-анализатора.

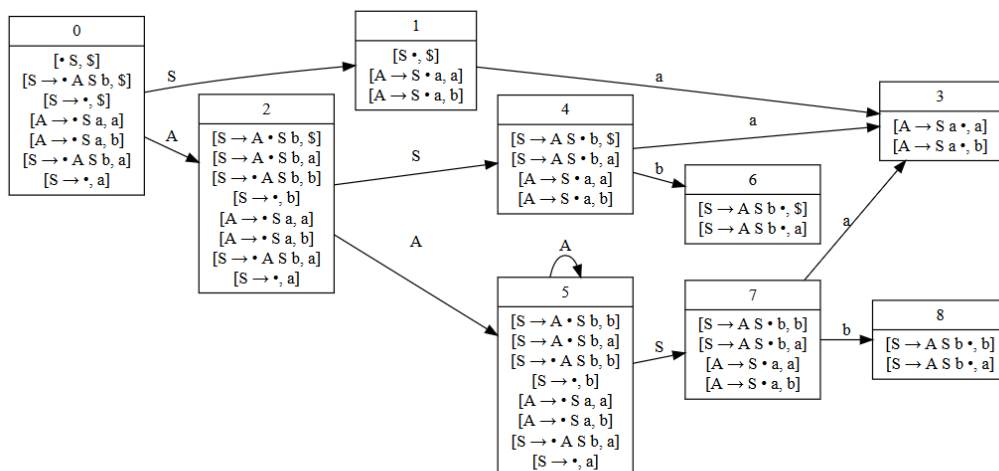


Рис. 5: Третий вариант. Множества LR(1)-ситуаций

State	b	a	S	S	A
0		reduce($S \rightarrow \epsilon$)	reduce($S \rightarrow \epsilon$)	1	2
1		shift(3)	accept		
2	reduce($S \rightarrow \epsilon$)	reduce($S \rightarrow \epsilon$)		4	5
3	reduce($A \rightarrow S a$)	reduce($A \rightarrow S a$)			
4	shift(6)	shift(3)			
5	reduce($S \rightarrow \epsilon$)	reduce($S \rightarrow \epsilon$)		7	5
6		reduce($S \rightarrow A S b$)	reduce($S \rightarrow A S b$)		
7	shift(8)	shift(3)			
8	reduce($S \rightarrow A S b$)	reduce($S \rightarrow A S b$)			

Рис. 6: Третий вариант. Таблица LR(1)-анализатора.

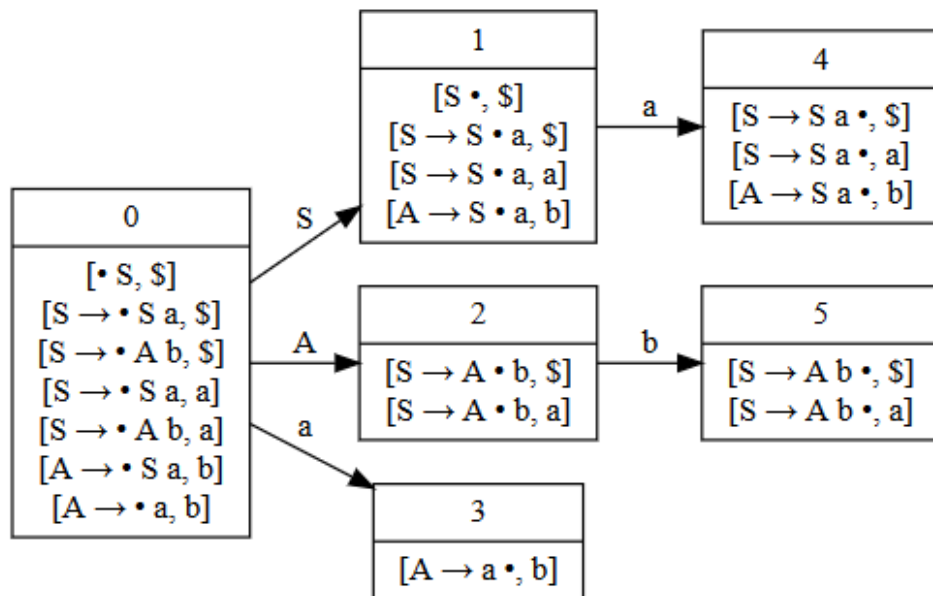


Рис. 7: Четвертый вариант. Множества LR(1)-ситуаций

State	a	b	S	S	A
0	shift(3)			1	2
1	shift(4)		accept		
2		shift(5)			
3		reduce($A \rightarrow a$)			
4	reduce($S \rightarrow S a$)	reduce($A \rightarrow S a$)	reduce($S \rightarrow S a$)		
5	reduce($S \rightarrow A b$)		reduce($S \rightarrow A b$)		

Рис. 8: Четвертый вариант. Таблица LR(1)-анализатора.

Оценивание. Критерии

- Проверка принадлежности LL(1) оценивается 1 балл.
- Построение множества LR(1)-ситуаций — 2.5 балла (−0.5 балла за каждую мелкую ошибку).
- Построение управляющей таблицы LR(1)-анализатора — 1.5 балла (или меньше, если ошибки в предыдущем пункте привели к существенному уменьшению количества множеств LR(1) ситуаций).
- Обоснование того, что КСГ не является LR(0)-грамматикой (по определению или прямым построением LR(0) анализатора или как следствие построения LR(1)-анализатора с неоднозначным столбцом Action -последнее было разрешено) — 1 балл.
- Если при построение множества LR(1)- ситуаций допущены несущественные неточности, то последующие пункты (таблица и LR(0)) могут быть оценены, если они выполнены корректно.

Задача 3 (7). «Да» «НЕТ» Является ли язык L над алфавитом $\{a, b, c, d\}$ КС-языком?

«Да» «НЕТ» Является ли его дополнение, язык \bar{L} , КС-языком?

3 (i).

$$L = \{w : |w|_a \leq |w|_b \text{ и } |w|_c > |w|_d\}.$$

3 (ii).

$$L = \{w : |w|_a > |w|_b \text{ или } |w|_c \leq |w|_d\}.$$

3 (iii).

$$L = \{w : |w|_a < |w|_b \text{ и } |w|_c \geq |w|_d\}.$$

3 (iv).

$$L = \{w : |w|_a \geq |w|_b \text{ или } |w|_c < |w|_d\}.$$

Решение. Во всех вариантах язык содержащий "или" является КСЯ как объединение заведомо КС языков.

3 (i). Докажем, что язык $L = \{w : |w|_a \leq |w|_b \text{ и } |w|_c > |w|_d\}$. не является КСЯ, используя отрицание леммы о разрастании. $\forall n \in \mathbb{N} \exists w = a^n c^{n+1} b^n d^n \in L : |w| \geq n, \forall xuvwz = w, |uvw| \leq n, |uw| > 0 \exists i : xu^i v w^i z \notin L$. Заметим, что слово uw не может содержать одновременно a и b , а также не может содержать одновременно c и d . Допустим, слово uw содержит a , тогда оно не может содержать b и в слове $xu^2 v w^2 z$ условие $|w|_a \leq |w|_b$ нарушится, следовательно оно не будет принадлежать языку. Аналогично разбираются другие случаи.

3 (ii). Решение аналогично решению для первого варианта, $w = a^{n+1} c^n b^n d^n$

3 (iii). Решение аналогично решению для первого варианта, $w = a^n c^{n+1} b^{n+1} d^{n+1}$

3 (iv). Решение аналогично решению для первого варианта, $w = a^{n+1} c^n b^{n+1} d^{n+1}$

Оценивание. Критерии

- Вариант с “или” оценивается из 3 баллов.
- Вариант с “и” оценивается из 4 баллов. При этом доказательство, использующее лемму о разрастании оценивается следующим образом.
 1. Для любого значения константы приведено корректное слово, “накачивание” которого может привести к противоречию — 1 балл.
 2. В случае правильного выбора слова рассмотрены все возможные разбиения и для каждого разбиения приведено значение параметра накачки, приводящее к противоречию — 3 балла (до 2 баллов, если рассмотрены не все разбиения).
 - 3.

Задача 4 (6). 4 (i). Ниже приведен автомат LR(0) анализатора:

	Action	Goto							
I	\$	S'	S	A	B	c	b	a	\$
I ₀	S	1	3	4	2	5			
I ₁	R (S'→S)								
I ₂	S	6	3	4	2	5			
I ₃	S						7	8	
I ₄	R (A→B)								
I ₅	R (B→b)								
I ₆	R (S→cS)								
I ₇	R (S→Ab)								
I ₈	R (A→Aa)								

В приведенной ниже конфигурации LR анализатора в первой компоненте (содержимом магазина) опущены состояния автомата. В процессе разбора строки $z \in L(G)$ автомат оказался в конфигурации $\langle cccB, aab \rangle$. Требуется:

1. Восстановить состояния автомата в содержимом магазина.
 2. Восстановить какую-либо из возможных строк $z \in L(G)$, разбор которой мог привести к этой конфигурации.
 3. Продемонстрировать процесс разбора на этой строке. Решение обоснуйте.
- 4 (ii). Ниже приведен автомат LR(0) анализатора:

	Action	Goto						
I	\$	S'	S	A	4	1	2	\$
I ₀	S		1	2	3	4	5	
I ₁	R (S' → S)							
I ₂	S		6	2	3	4	5	
I ₃	R (S → 4)							
I ₄	S			7		4	5	
I ₅	R (A → 2)							
I ₆	S			8		4	5	
I ₇	R (A → 1A)							
I ₈	R (S → ASA)							

В приведенной ниже конфигурации LR анализатора в первой компоненте (содержимом магазина) опущены состояния автомата. В процессе разбора строки $z \in L(G)$ автомат оказался в конфигурации $\langle AAS, 2112 \rangle$. Требуется:

1. Восстановить состояния автомата в содержимом магазина.
2. Восстановить какую-либо из возможных строк $z \in L(G)$, разбор которой мог привести к этой конфигурации.
3. Продемонстрировать процесс разбора на этой строке. Решение обоснуйте.
- 4 (iii). Ниже приведен автомат LR(0) анализатора:

I	Action	Goto											
		S'	S	A	B	C	1	2	3	4	\$		
I ₀	S		1	2				3					
I ₁	R (S'→S)												
I ₂	S						4	5					
I ₃	S				6				7				
I ₄	S				8				7				
I ₅	S		10	9			3		11				
I ₆	R (A→2B)												
I ₇	S		10	12			3		11				
I ₈	R (S→A1B)												
I ₉	R (S→A2C)												
I ₁₀	R (C→A)												
I ₁₁	R (C→4)												
I ₁₂	R (B→3C)												

В приведенной ниже конфигурации LR анализатора в первой компоненте (содержимом магазина) опущены состояния автомата. В процессе разбора строки $z \in L(G)$ автомат оказался в конфигурации $\langle cA, 13234 \rangle$. Требуется:

1. Восстановить состояния автомата в содержимом магазина.
2. Восстановить какую-либо из возможных строк $z \in L(G)$, разбор которой мог привести к этой конфигурации.
3. Продемонстрировать процесс разбора на этой строке. Решение обоснуйте.
- 4 $\langle iv \rangle$. Ниже приведен автомат LR(1) анализатора (запись $A \rightarrow$ обозначает правило $A \rightarrow \varepsilon$):

I	Action				Goto								
	a	\$	+	*	S'	ST	Q	F	W	+	a	*	\$
I ₀	S				1	2		3				4	
I ₁	R (S'→S)												
I ₂	R (Q→)	S				5				6			
I ₃	R (W→)	R (W→)	S					7			8		
I ₄	R (F→a)	R (F→a)	R (F→a)										
I ₅	R (S→TQ)												
I ₆	S				9		3				4		
I ₇	R (T→FW)	R (T→FW)											
I ₈	S						10				4		
I ₉	R (Q→)	S				11				6			
I ₁₀	R (W→)	R (W→)	S						12		8		
I ₁₁	R (Q→+TQ)												
I ₁₂	R (W→*FW)	R (W→*FW)											

В приведенной ниже конфигурации LR анализатора в первой компоненте (содержимом магазина) опущены состояния автомата. В процессе разбора строки $z \in L(G)$ автомат оказался в конфигурации $\langle cF * FW, +a + a \rangle$. Требуется:

1. Восстановить состояния автомата в содержимом магазина.
2. Восстановить какую-либо из возможных строк $z \in L(G)$, разбор которой мог привести к этой конфигурации.
3. Продемонстрировать процесс разбора на этой строке. Решение обоснуйте.

Решение.

Стек	Слово	Действие
I ₀	сссbaab\$	S
I ₀ cI ₂	ссbaab\$	S
I ₀ cI ₂ cI ₂	cbaab\$	S
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂	baab\$	S
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ bI ₅	aab\$	B→b
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ BI ₄	aab\$	A→B
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ AI ₃	aab\$	S
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ AI ₃ aI ₈	ab\$	A→Aa
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ AI ₃	ab\$	S
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ AI ₃ aI ₈	b\$	A→Aa
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ AI ₃	b\$	S
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ AI ₃ bI ₇	\$	S→Ab
I ₀ cI ₂ cI ₂ cI ₂ SI ₆	\$	S→cS
I ₀ cI ₂ cI ₂ SI ₆	\$	S→cS
I ₀ cI ₂ SI ₆	\$	S→cS
I ₀ SI ₁	\$	S'→S
I ₀ S'		Слово принято

4 ⟨i⟩.

Стэк	Слово	Действие
I ₀	222422112\$	S
I ₀ 2I ₅	22422112\$	A->2
I ₀ AI ₂	22422112\$	S
I ₀ AI ₂ 2I ₅	2422112\$	A->2
I ₀ AI ₂ AI ₂	2422112\$	S
I ₀ AI ₂ AI ₂ 2I ₅	422112\$	A->2
I ₀ AI ₂ AI ₂ AI ₂	422112\$	S
I ₀ AI ₂ AI ₂ AI ₂ 4I ₃	22112\$	S->4
I ₀ AI ₂ AI ₂ AI ₂ SI ₆	22112\$	S
I ₀ AI ₂ AI ₂ AI ₂ SI ₆ 2I ₅	2112\$	A->2
I ₀ AI ₂ AI ₂ AI ₂ SI ₆ AI ₈	2112\$	S->ASA
I ₀ AI ₂ AI ₂ SI ₆	2112\$	S
I ₀ AI ₂ AI ₂ SI ₆ 2I ₅	112\$	A->2
I ₀ AI ₂ AI ₂ SI ₆ AI ₈	112\$	S->ASA
I ₀ AI ₂ SI ₆	112\$	S
I ₀ AI ₂ SI ₆ 1I ₄	12\$	S
I ₀ AI ₂ SI ₆ 1I ₄ 1I ₄	2\$	S
I ₀ AI ₂ SI ₆ 1I ₄ 1I ₄ 2I ₅	\$	A->2
I ₀ AI ₂ SI ₆ 1I ₄ 1I ₄ AI ₇	\$	A->1A
I ₀ AI ₂ SI ₆ 1I ₄ AI ₇	\$	A->1A
I ₀ AI ₂ SI ₆ AI ₈	\$	S->ASA
I ₀ SI ₁	\$	S'->S
I ₀ S'		Слово принято

4 (ii).

Стэк	Слово	Действие
I ₀	23413234\$	S
I ₀ 2I ₃	3413234\$	S
I ₀ 2I ₃ 3I ₇	413234\$	S
I ₀ 2I ₃ 3I ₇ 4I ₁₁	13234\$	C->4
I ₀ 2I ₃ 3I ₇ CI ₁₂	13234\$	B->3C
I ₀ 2I ₃ BI ₆	13234\$	A->2B
I ₀ AI ₂	13234\$	S
I ₀ AI ₂ 1I ₄	3234\$	S
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇	234\$	S
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ 2I ₃	34\$	S
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ 2I ₃ 3I ₇	4\$	S
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ 2I ₃ 3I ₇ 4I ₁₁	\$	C->4
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ 2I ₃ 3I ₇ CI ₁₂	\$	B->3C
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ 2I ₃ BI ₆	\$	A->2B
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ AI ₁₀	\$	C->A
I ₀ AI ₂ 1I ₄ 3I ₇ CI ₁₂	\$	B->3C
I ₀ AI ₂ 1I ₄ BI ₈	\$	S->A1B
I ₀ SI ₁	\$	S'->S
I ₀ S'		Слово принято

4 (iii).

Стэк	Слово	Действие
I ₀	a*a+a+a\$	S
I ₀ aI ₄	*a+a+a\$	F->a
I ₀ FI ₃	*a+a+a\$	S
I ₀ FI ₃ *I ₈	a+a+a\$	S
I ₀ FI ₃ *I ₈ aI ₄	+a+a\$	F->a
I ₀ FI ₃ *I ₈ FI ₁₀	+a+a\$	W->
I ₀ FI ₃ *I ₈ FI ₁₀ WI ₁₂	+a+a\$	W->*FW
I ₀ FI ₃ WI ₇	+a+a\$	T->FW
I ₀ TI ₂	+a+a\$	S
I ₀ TI ₂ +I ₆	a+a\$	S
I ₀ TI ₂ +I ₆ aI ₄	+a\$	F->a
I ₀ TI ₂ +I ₆ FI ₃	+a\$	W->
I ₀ TI ₂ +I ₆ FI ₃ WI ₇	+a\$	T->FW
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉	+a\$	S
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ +I ₆	a\$	S
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ +I ₆ aI ₄	\$	F->a
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ +I ₆ FI ₃	\$	W->
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ +I ₆ FI ₃ WI ₇	\$	T->FW
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ +I ₆ TI ₉	\$	Q->
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ +I ₆ TI ₉ QI ₁₁	\$	Q->+TQ
I ₀ TI ₂ +I ₆ TI ₉ QI ₁₁	\$	Q->+TQ
I ₀ TI ₂ QI ₅	\$	S->TQ
I ₀ SI ₁	\$	S'->S
I ₀ S'		Слово принято

4 ⟨iv⟩.

Оценивание. Критерии

- Ответ на первый вопрос — 1.5 балла.
- Ответ на второй вопрос — 1.5 балла.
- Ответ на третий вопрос — 3 балла.
- Замечание. Ответ на второй вопрос оценивается, только если приведены какие-то аргументы для его обоснования. В частности, обоснованием является ответ на третий вопрос.

Задача 5 (6). Обозначим через $\text{bin}(n)$ двоичную запись числа n (без ведущих нулей). Является ли язык L КС-языком?

$$\{\text{bin}(n)\#\text{bin}(3n)^R \mid n \geq 0\}$$

5 (i). 5 (ii). 5 (iii). 5 (iv).

Решение.

То, что язык КС, можно доказать построением следующего МП-автомата:

- Запись $\text{bin}(a)$ в стек: $\delta(q_0, 1, Z_0) = (q_0, 1Z_0)$, $\delta(q_0, a, Z) = (q_0, aZ)$, где $Z \in \{0, 1\}$, $a \in \{0, 1\}$.
- Переход в считающее состояние $\delta(q_0, \#, Z) = (q_c, Z)$, $Z \in \{0, 1\}$.
- Поскольку $3n = n + 2n$, будем вычислять $3n$ с конца. Начиная с этого момента при помощи состояний $q_{i,j}$ автомат будет подсчитывать сумму n и $2n$. То, с чем складывать число из стека на следующем шаге (это 0 или 1) записываем в i , переходит ли единица с предыдущего разряда записываем в j . Тогда:
 - $\delta(q_c, 0, 0) = (q_{0,0}, \varepsilon)$, $\delta(q_c, 1, 1) = (q_{1,0}, \varepsilon)$. Подсчет последнего разряда из $\text{bin}(3n)$ и если он совпадает со считанным – удалить из стека и перейти к следующему символу.
 - Сложение с 0 без переходящего разряда $\delta(q_{0,0}, 0, 0) = (q_{0,0}, \varepsilon)$, $\delta(q_{0,0}, 1, 1) = (q_{1,0}, \varepsilon)$.
 - Сложение с 0 и переходящим разрядом $\delta(q_{0,1}, 0, 1) = (q_{1,1}, \varepsilon)$, $\delta(q_{0,1}, 1, 0) = (q_{0,0}, \varepsilon)$
 - Сложение с 1 без переходящего разряда $\delta(q_{1,0}, 0, 1) = (q_{1,1}, \varepsilon)$, $\delta(q_{1,0}, 1, 0) = (q_{0,0}, \varepsilon)$.
 - Сложение с 1 и переходящим разрядом $\delta(q_{1,1}, 0, 0) = (q_{0,1}, \varepsilon)$, $\delta(q_{1,1}, 1, 1) = (q_{1,1}, \varepsilon)$.
 - Когда слово из стека уже извлечено, последним извлекли 1, дальше рассматривается 1 или 2 старших разряда $\delta(q_{1,0}, 1, Z_0) = (q_f, \varepsilon)$, $\delta(q_{1,1}, 0, Z_0) = (q_l, Z_1)$, $\delta(q_l, 1, Z_1) = (q_f, \varepsilon)$

$$F = \{q_f\}, \Gamma = \{0, 1, Z_0, Z_1\}, \Sigma = \{0, 1, \#\}, Q = \{q_0, q_c, q_l, q_f, q_{0,0}, q_{1,0}, q_{0,1}, q_{1,1}\}$$

Оценивание. Критерии

- Попытки опровергнуть принадлежность языка классу КСЯ оцениваются в 0 баллов.
- Должно быть приведено достаточно подробное обоснование принадлежности языка классу КСЯ. Например, достаточно подробное описание МП-автомата.

Вопросы и мини задачи

Задача 6 (1). «Да» «НЕТ» 6 (i). Пересечение КС-языков P и Q — язык $L = P \cap Q$, является КС-языком. Следует ли отсюда, что хотя бы один из языков P и Q — регулярный язык.

6 (ii). Существуют ли такой регулярный язык P и КС-язык Q , что их пересечение — язык $L = P \cap Q$, не КС-язык.

6 (iii). Пересечение КС-языков P и Q — язык $L = P \cap Q$, является КС-языком. Следует ли отсюда, что хотя бы один из языков P и Q — регулярный язык.

6 (iv). Пересечение КС-языков P и Q — язык $L = P \cap Q$, является регулярным языком. Следует ли отсюда, что хотя бы один из языков P и Q — регулярный язык.

Решение.

6 (i). Нет: $P = Q = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$

6 (ii). Нет, пересечение КС-языка и регулярного языка — КС-язык. Пусть регулярный язык задан своим ДКА, а КС-язык — своим МП-автоматом с допуском по допускающему состоянию. Построим прямое произведение этих автоматов так же, как строилось прямое произведение для двух ДКА.

6 (iii). Совпадает с (1).

6 (iv). Нет, например языки $P = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ и $Q = \{c^n d^n | n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ пересекаются по ε . Язык $\{\varepsilon\}$ регулярный, а P и Q нерегулярные.

Оценивание. Критерии

- Косвенные аргументы, типа отсутствия явных контрпримеров в вариантах с отрицательным ответом, могут привести к понижению оценки.

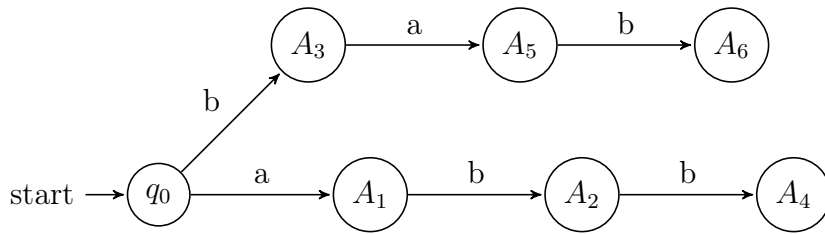


Рис. 9: LZW-автомат для первого варианта

Задача 7 (2). Постройте LZW-автомат и SLG G_w для слова $w =$

7 (i). *aabbabbabab.*

7 (ii). *abbaababaabab.*

7 (iii). *bbaabaaababa.*

7 (iv). *baabbababbaba.*

Решение.

7 (i). SLG-грамматика:

$$S \rightarrow A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

$$A_1 \rightarrow a$$

$$A_3 \rightarrow b$$

$$A_2 \rightarrow A_1 b$$

$$A_4 \rightarrow A_2 b$$

$$A_5 \rightarrow A_3 a$$

$$A_6 \rightarrow A_5 b$$

7 (ii).

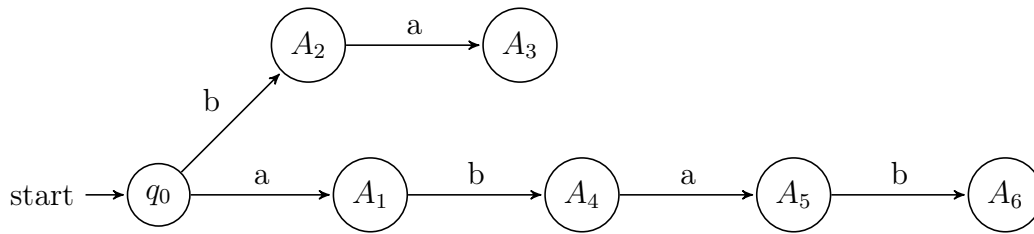


Рис. 10: LZW-автомат для второго варианта

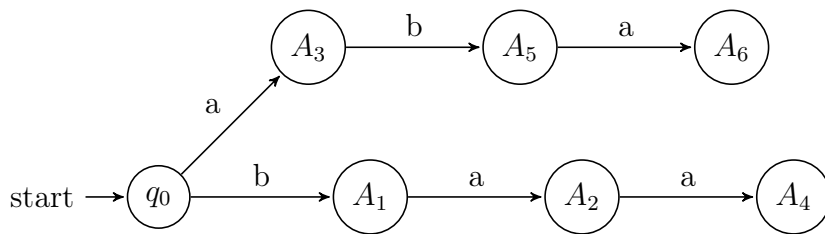


Рис. 11: LZW-автомат для третьего варианта

SLG-грамматика:

$$S \rightarrow A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

$$A_1 \rightarrow a$$

$$A_2 \rightarrow b$$

$$A_3 \rightarrow A_2 a$$

$$A_4 \rightarrow A_1 b$$

$$A_5 \rightarrow A_4 a$$

$$A_6 \rightarrow A_5 b$$

7 (iii).

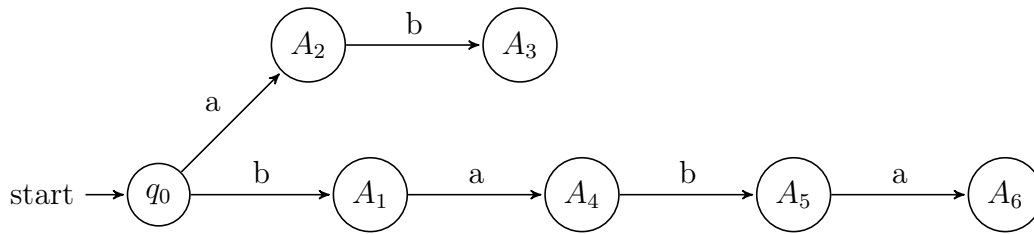


Рис. 12: LZW-автомат для четвертого варианта

SLG-грамматика:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \\
 A_1 &\rightarrow b \\
 A_3 &\rightarrow a \\
 A_2 &\rightarrow A_1 a \\
 A_4 &\rightarrow A_2 a \\
 A_5 &\rightarrow A_3 b \\
 A_6 &\rightarrow A_5 a
 \end{aligned}$$

7 (iv).

SLG-грамматика:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \\
 A_1 &\rightarrow b \\
 A_2 &\rightarrow a \\
 A_3 &\rightarrow A_2 b \\
 A_4 &\rightarrow A_1 a \\
 A_5 &\rightarrow A_4 b \\
 A_6 &\rightarrow A_5 a
 \end{aligned}$$

Оценивание. Критерии

- Каждый пункт задачи оценивается в 1 балл.
- Каждая мелкая ошибка оценивается в -0.5 балла (вплоть до 0 баллов).

Задача 8 (4). Постройте LL(1)-грамматику для языка

8 (i). $\{a^n b^k \mid 0 \leq n < k\}$.

8 (ii). $\{a^n b^k c^n \mid n, k \geq 0\}$.

8 (iii). $\{b^n a^k \mid 0 \leq n < k\}$.

8 (iv). $\{b^n c^k a^n \mid n, k \geq 0\}$.

Решение.

8 (i). Искомая грамматика:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AbB \\ B &\rightarrow bB|\varepsilon \\ A &\rightarrow aAb|\varepsilon \end{aligned}$$

8 (ii). Искомая грамматика:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSc|B \\ B &\rightarrow bB|\varepsilon \end{aligned}$$

8 (iii). Искомая грамматика:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BaA \\ A &\rightarrow aA|\varepsilon \\ B &\rightarrow bBa|\varepsilon \end{aligned}$$

8 (iv). Искомая грамматика:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bSa|C \\ C &\rightarrow cC|\varepsilon \end{aligned}$$

Оценивание. Критерии

- Если построенная КСГ **не является** $LL(1)$ — 0 баллов.
- Если построенная КСГ **является $LL(1)$** и приведено минимальное обоснование корректности — 1.5 балла. В отдельных очевидных случаях при отсутствии проверки корректности этот пункт оценивается из 0.5 баллов.
- Если обоснование корректности построенной грамматики $LL(1)$ -грамматики приведено достаточно подробно — +1 балл.
- Доказательство принадлежности классу $LL(1)$ — 1.5 балла.
- Если построена некорректная $LL(1)$ -грамматика, то обоснование принадлежности классу $LL(1)$ может быть оценено по ситуации из 1 балла.

Задача 9(2). 9 (i). Приведите пример нерегулярного КС-языка, множество префиксов слов которого образуют регулярный язык.

9 (ii). Приведите пример нерегулярного КС-языка, множество суффиксов слов которого образуют регулярный язык.

9 (iii). Приведите пример нерегулярного КС-языка, множество префиксов слов которого образуют регулярный язык.

9 (iv). Приведите пример нерегулярного КС-языка, множество подслов слов которого образуют регулярный язык.

Решение.

9 (i). Язык $L = \{a^n b^m \mid m \geq n, n, m \in \mathbb{N}\}$ не является регулярным по лемме о накачке. Для заданного k рассмотрим слово $a^k b^k$. Тогда из $(a^k b^k = uvw) \vee (|uv| \leq k) \vee (|v| \geq 1)$ следует, что $v = a^t$. Но тогда $uv^2w = a^{k+t} b^k$, $t \geq 1$, а значит $uv^2w \notin L$. Язык префиксов $a^* b^*$ является регулярным.

9 (ii). Язык $L = \{a^n b^m \mid m \leq n, n, m \in \mathbb{N}\}$ не является регулярным по лемме о накачке. Для заданного k рассмотрим слово $a^k b^k$. Тогда из $(a^k b^k = uvw) \vee (|uv| \leq k) \vee (|v| \geq 1)$ следует, что $v = a^t$. Но тогда $uv^0w = a^{k-t} b^k$, $t \geq 1$, а значит $uv^0w \notin L$. Язык суффиксов $a^* b^*$ является регулярным.

9 (iii). Язык $L = \{a^n b^m \mid m \geq n, n, m \in \mathbb{N}\}$ не является регулярным по лемме о накачке. Для заданного k рассмотрим слово $a^k b^k$. Тогда из $(a^k b^k = uvw) \vee (|uv| \leq k) \vee (|v| \geq 1)$ следует, что $v = a^t$. Но тогда $uv^2w = a^{k+t} b^k$, $t \geq 1$, а значит $uv^2w \notin L$. Язык префиксов $a^* b^*$ является регулярным.

9 (iv). Подслова нерегулярного КС языка $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ образуют регулярный язык $a^* b^*$

Оценивание. Критерии

- Пока без комментариев

Задача 10(3). «Да» «НЕТ» **10 (i).** L — КС-язык. Следует ли отсюда, что подмножество его палиндромов, т.е. язык $L \cap \text{PAL}$, где $\text{PAL} = \{w \mid w = w^R\}$, является КС-языком?

10 (ii). L — КС-язык. Следует ли отсюда, что подмножество его палиндромов, т.е. язык $L \cap \text{PAL}$, где $\text{PAL} = \{w \mid w = w^R\}$, является КС-языком?

10 (iii). L — КС-язык. Следует ли отсюда, что подмножество его палиндромов, т.е. язык $L \cap \text{PAL}$, где $\text{PAL} = \{w \mid w = w^R\}$, является КС-языком?

10 (iv). L — КС-язык. Следует ли отсюда, что подмножество его палиндромов, т.е. язык $L \cap \text{PAL}$, где $\text{PAL} = \{w \mid w = w^R\}$, является КС-языком?

Решение.

Язык $L = \{a^n b^n a^k \mid n, k \in \mathbb{N}\}$ является КС, поскольку порождается грамматикой $G = \{N, T, P, S\}$:

- $N = \{S, C, D\}$
- $T = \{a, b\}$
- $P = \{S \rightarrow CD, C \rightarrow aCb, C \rightarrow ab, D \rightarrow aD, D \rightarrow a\}$

Язык $L \cap \text{PAL} = \{a^n b^n a^n \mid n, k \in \mathbb{N}\}$ не является КС. Назовем префикс a^n слова $a^n b^n a^n$ первой третью, подслово b^n второй третью, а суффикс a^n последней третью. Доказательство по лемме о накачке: для заданной константы k рассмотрим слово $a^k b^k c^k$. Поскольку $|xwy| \leq k$, подслово xwy содержится в первой и второй или второй и последней третях. В обоих случаях $ux^2wy^2z \notin L \cap \text{PAL}$, поскольку нарушает равенство количества букв в третях или не является словом вида $a^m b^t a^k$.

Оценивание. Критерии

- При общем правильном подходе к решению отсутствие обоснования непринадлежности языков типа $\{a^n b^{2n} a^n\}$ классу КСЯ не влечет снижения оценки.