

Ноябрьская контрольная по ТРЯП
предлагаемые задачи
ФПМИ 2020

Разбалловка и общие положения

неуд	удовл	хорошо	отлично
$0 \leq \Sigma < 12$	$14 \leq \Sigma \leq 19$	$20 \leq \Sigma \leq 28$	$29 \leq \Sigma \leq 42$
1: [0, 6), 2: [6, 12)	3: [12, 16), 4: [16, 20)	5: [20, 22), 6: [22, 24), 7: [24, 26)	8: [26, 29), 9: [29, 31), 10: [31, 32]

Приведённые ниже критерии оценивания выработанны с учётом типовых ошибок и определяют общую политику проверки, однако заведомо не могут покрыть всевозможные случаи. При некритериальном случае, проверяющий оценивает решение исходя из здравого смысла и духа критериев.

Напоминаем положения, указанные в преамбуле к контрольной.

1. Ответы, включая правильные, при отсутствии решений оцениваются в 0 (ноль) баллов.
2. Объекты, полученные «методом внимательного взглядывания», без доказательства корректности построения оцениваются в 0 (ноль) баллов.
3. При формулировке вопроса «верно ли, что», в случае положительного ответа приведите доказательство, а в случае отрицательного – контрпример. Верное рассуждение без контрпримера оценивается в половину задачи.

Критерии проверки и некоторые ответы, указания и решения

1(2). Отметьте номера позиций всех символов в РВ $(a_1|b_2)a_3b_4^*(a_5^*a_6|b_7b_8)^*$, входящих в множество $\text{followpos}(3)$.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9

Критерии.

- 1 Не включено 9
- 0 Другие ошибки

2 (3). В каждом пункте укажите, для каких языков ('для любых' = \forall , 'лишь для некоторых' = \exists , 'ни для каких' = \nexists) из первой части предложения выполняется утверждение из второй части.

1. \forall L : (L можно описать некоторым РВ \Rightarrow для L выполняется лемма о накачке).
2. \exists L : (для L существует бесконечно много классов L -эквивалентности \Rightarrow для L выполняется отрицание леммы о накачке).
3. \nexists L : (L можно распознать ДКА с одним финальным состоянием \Rightarrow классов L -эквивалентности бесконечно много).
4. \forall L : (L распознается НКА с 3 состояниями \Rightarrow существует ДКА с не более чем 10 состояниями, который распознает L).

Критерии.

-1 За каждую ошибку

3 (4). Отметьте все верные утверждения и только их для произвольных языков $X, Y \subseteq \Sigma^*$. Через $[w]^L$ обозначим класс эквивалентности Майхила-Нероуда для языка L , через $[w]_R^L$ — правый контекст для слова w (относительно языка L). Напомним, что $[w]_R^L = \{z \mid wz \in L\}$.

1. $\square X = Y$ тогда и только тогда, когда $\forall w \in X \cup Y : [w]^X = [w]^Y$.
2. $\square X = Y$ тогда и только тогда, когда $\forall w \in \Sigma^* : [w]^X = [w]^Y$.
3. $\checkmark X = Y$ тогда и только тогда, когда $\forall w \in X \cup Y : [w]_R^X = [w]_R^Y$.
4. $\checkmark X = Y$ тогда и только тогда, когда $\forall w \in \Sigma^* : [w]_R^X = [w]_R^Y$.

Критерии.

-2 Одна ошибка

0 Две и более ошибки

Контрольные вопросы

Обоснованно ответьте на вопрос

4 (2). Предъявите константу леммы о накачке для языка

$$\{a^n \mid 0 \leq n \leq 2020\}.$$

Указание. Ответ: 2021. В языке нет слов длины 2021 и более, поэтому при выборе этой константы условие леммы должно выполняться для пустого множества.

Критерии.

0 Верный ответ и в качестве обоснования приведена только формулировка леммы о накачке (и ссылка на регулярность языка).

0,5 Верный ответ и ссылка на конечность языка (слов всего 2020)

5 (3). Приведите пример последовательности слов w_n , для каждого элемента которой суффиксный автомат содержит n принимающих состояний.

Указание. $w_n = a^{n-1}$

Критерии.

0 Не приведена последовательность

-0,5 Для ответ $w_n = a^n$

1 Последовательность (с обоснованием)

1 Описание автомата

1 Доказательство минимальности автомата

6 (3). Найдите число классов эквивалентности Майхилла-Нероуда для языка $\Sigma^* aaba$.

Критерии.

-0,5 Построен КМП-автомат без объяснения, что это КМП-автомат.

Задачи

Приведите обоснованное решение

7 (3). Постройте суффиксный автомат для слова $aabab$.

Критерии.

- 0 Построен автомат Ахо-Корасик вместо суффиксного автомата
- 0,5 Начальное состояние не принимающее
- 0,5 Не удалено «мусорное состояние» после применение алгоритма минимизации
- 1 Ошибка в минимизации
- 0 Построен не минимальный автомат (без учёта случаев ошибки в алгоритме минимизации)

8 (3). Пусть $S = \{cab, ab, bca\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$. Постройте ДКА, распознающий слова, не содержащие суффикса из множества S .

Критерии.

- +0,5 Построен автомат-словарь
- +1 Построен автомат Ахо-Корасик (не ДКА)
- 1,5 Построен автомат Ахо-Корасик (не ДКА) с инвертированными состояниями
- 0,5 Построен автомат Ахо-Корасик без объяснения, что это Ахо-Корасик.

9 ($5=1,5+0,5+1,5+1,5$). Отметьте среди перечисленных все регулярные языки (и только их) над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$. (Нужно также привести доказательство регулярности или нерегулярности)

1. $\{w : |w|_a - |w|_b > |w|/2\}$
2. $\{w : (|w|_a + |w|_b)/2 > |w|/3\}$
3. $\{w : (|w|_a = |w|_b) \wedge (|w|_{aa} = 0) \wedge (|w|_{bb} = 0)\}$
4. $\{w : |w|_{aba} = |w|_b\}$

10 (4). Определим языки L_0 и L над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$:

$$L_0 = \{w \mid \exists m, k > 0 : |w|_a = 3m \mid |w|_b = 5k\}.$$

$$L = \{w \mid \exists n > 0 : w = w_1 w_2 \dots w_n, w_i \in L_0\}.$$

Является ли L регулярным?

Указание. Язык L_0 регулярный как пересечение двух регулярных языков $\{w \mid \exists m > 0 : |w|_a = 3m\}$, $\{w \mid \exists k > 0 : |w|_b = 5k\}$ (для каждого языка можно легко построить автомат и доказать корректность). Дальше нужно осознать, что $L = L_0^+ = L_0 L_0^*$. Или даже, что $L = L_0$.